

# 全称概括规则和受限制的演绎定理

## ——国内数理逻辑教材中的一个问题

陈慕泽

**内容提要** 本文指出了国内一些有影响的数理逻辑教材或专著中存在的一个重要错误:一方面在定义一阶逻辑形式系统的公理和规则时不正确地使用了“可证”这个概念;另一方面又自相矛盾地叙述和论证了受限制的演绎定理。

**关键词** 数理逻辑 全称概括规则

作者陈慕泽,男,中国人民大学哲学系副教授。(北京 100872)

### 事情本来是怎样的?

在国内数理逻辑教材较为常用的一阶逻辑系统中,有两条推理规则。一条是分离规则,另一条可称为全称概括规则。这两条规则,存在着一个实质性的区别。据分离规则,从  $A$  和  $A \rightarrow B$ ,可以得到  $B$ ,这里,  $A$  和  $A \rightarrow B$  不要求在系统内可证;据全称概括规则,从  $A$  可以得到  $\forall xA$ ,这里,  $A$  一般地应当要求在系统中可证。否则,无法保证推理规则的保真性。例如,  $F(x)$  不可证,运用全称概括,可得  $\forall xF(x)$ 。不难找到一个解释,使  $F(x)$  真而  $\forall xF(x)$  假,即规则失去了保真性。但问题在于,在定义推理规则时,是不能用“可证”这个概念的,因为,何为“可证”,只有基于推理规则才能定义。因此,面临的麻烦是:尽管事实上  $A$  一般地应当可证,才可运用全称概括,得到  $\forall xA$ ,但是我们却不能把全称概括规则定义为:如果  $A$  可证(或  $A$  是定理,或  $A$ ),则可得出  $\forall xA$ 。因为在所要构造的系统中,何为可证,何为定理,何为  $A$ ,只有基于包括全称概括规则在内的公理和规则才能定义。

对于上述麻烦,解决的方案大致是以下几种:

第一,使用不包括全称概括规则的系系统,全称概括规则的功能被包含在相关的公理中。

第二,弱化推理规则的保真性,确认在推导中可以从非可证公式  $A$ ,运用全称概括推出  $\forall xA$ 。但是,通过对演绎定理的限制,使得例如  $F(x) \rightarrow \forall xF(x)$  成立,但  $\forall xF(x) \rightarrow F(x)$  不成立。这样,推理规则保真性的弱化事实上并未

对系统构成任何实质性的破坏。

第三,在定义系统中的推导时,对全称概括规则进行限制,即规定只允许对可证公式运用全称概括。

第三个方案其实是极佳的方案。第一,推导的定义不依赖于证明的定义,事实上,证明的概念都先于推导出现,因此,在定义推导时完全可以使用“可证”这个概念。第二,由于作为证明的公式序列中的每个公式都是可证公式,因此,在证明中只可能对可证公式全称概括;而在推导中又只允许对可证公式全称概括,因此,事实上全称概括规则只适用于可证公式。

国内一些在系统中保留全称概括规则的数理逻辑专著(教材),采取的是第二个方案。但是,其中出现了问题。

### 问题是怎么产生的?

我认为,问题最早产生于王宪均先生的《数理逻辑引论》一书。

我注意到,与我所见到的所有国外专著不同,国内不少专著在定义逻辑形式系统的公理时,在公理前加上了“ ”;在表述分离规则时,也使用了“ ”。这种做法起源于王宪均先生。他在1981年出版的《数理逻辑引论》一书中,在对系统公理作初始陈述时,在公理的左端加上了“ ”,并把分离规则表述为“从  $A$  和  $A \rightarrow B$ ,可以得到  $B$ ”。《数理逻辑引论》参照的是希尔伯特和阿克曼合著的《数理逻辑基础》,《数理逻辑引论》中的系统就是《数理逻辑基础》中的系统。但在《数理逻辑基础》中,公理的初始表述和

分离规则中并没有出现“ $\rightarrow$ ”。王宪均先生不知出于何种考虑,最大的可能是疏忽,作出了此种添加。

这种添加是不正确的。

第一,王宪均先生对他在对公理作初始表述时使用的符号“ $\rightarrow$ ”的含义作了明确的说明:“在陈述中,每个公理前面都有 $\rightarrow$ 符号。是断定符。它表示,它后面的公式是本系统内所要断定的,换言之,是本系统中的可证公式或定理”。正如本文开头已经指出的,在所构造的系统中,何为证明,何为可证公式,何为定理,何为“ $\rightarrow$ ”,必须基于公理和推导规则才能定义,因此,不能在对公理作初始表述和定义推导规则时,就使用“ $\rightarrow$ ”。我所见到的国外专著中没有出现过这种情况;国内的许多专著(例如宋文淦的《符号逻辑基础》和刘壮虎的《逻辑演算》等)也没有出现过这种情况。这说明作者们注意到了这一点。

第二,如果把分离规则表述为“从 $A$ 和 $A \rightarrow B$ ,可以得到 $B$ ”,这意味着只允许对可证公式运用分离规则。这样,系统中区别于“证明”的“推导”(《数理逻辑引论》中称为“有前提的推演”)这一极其重要的概念,根本无法得到定义。推导区别于证明之处,就在于可以对非可证公式运用推理规则,包括分离规则。《数理逻辑引论》在定义“有前提的推演”时,不可避免地陷入了混乱。参阅该书175页。这里不赘。

让我们再重复一下本文开头提到的定义全称概括规则时所面临的“麻烦”:为了确保推理规则的保真性, $A$ 一般地应当可证,才可运用全称概括,得到 $\forall xA$ ,但是我们却不能把全称概括规则定义为:如果 $A$ 可证(或 $A$ 是定理,或 $A$ ),则可得 $\forall xA$ 。因为在所要构造的系统中,何为可证,何为定理,何为 $A$ ,只有基于包括全称概括规则在内的公理和规则才能定义。

王宪均先生对希尔伯特、阿克曼的系统所作的上述不正确的添加,说明他并没有注意到这种麻烦。王先生的系统中不包括全称概括规则。如果王先生所作的上述不正确添加,出现在包括全称概括规则的系统中,问题将成为真正的麻烦。

张尚水先生所著的《数理逻辑导引》中,就出现了这样的问题。

### 问题成为怎样的?

张尚水先生所著《数理逻辑导引》的一阶逻辑系统中,包括全称概括。其中:

第一,被定义的公理左端都有“ $\rightarrow$ ”符。

第二,分离规则定义为:从 $A$ 和 $A \rightarrow B$ ,可以得到 $B$ 。

第三,全称概括规则定义为:从 $A$ 可以得到 $\forall xA$ 。张先生对这一规则作了解释:如果证明了 $A(x)$ 成立,那么,就可以得出,对所有 $x$ , $A(x)$ 成立。

第四,陈述并证明了受限制的演绎定理。

上面第一和第二两点中存在的问题,已如上述。

我认为,和王宪均先生一样,张尚水先生把分离规则定义为“从 $A$ 和 $A \rightarrow B$ ,可以得到 $B$ ”,是一种偶然的疏忽,甚至是一个笔误,因为他们事实上不可能认为只有对可证公式才可运用分离规则。但是,张先生把全称概括规则定义为“从 $A$ 可以得到 $\forall xA$ ”,这不是一个笔误。因为张先生确实认为,只有对可证公式,才能运用全称概括。这说明,第一,张先生注意到了:只有对可证公式运用全称概括,才能确保推导规则的保真性;但是,第二,张先生没有注意到:在定义推导规则时,没有“权利”使用“可证”这个概念或“ $\rightarrow$ ”这个符号,因此,全称概括规则本身陈述的内容仅仅是也只能是:从 $A$ 可以得到 $\forall xA$ 。这条规则无法说明, $A$ 必须是可证公式,因而实际上不得不确认,对任意公式 $A$ ,都可得到 $\forall xA$ 。这就产生了本文开头提到的“麻烦”,以及为解决这个麻烦而产生的各种方案,其中,包括对谓词逻辑中的演绎定理进行限制。所有这些,张先生显然都没有意识到。

这样,更成为问题的是,一方面,张先生在定义全称概括规则时确认只有对可证公式才可全称概括;另一方面,他又在同一个系统中陈述并证明了受限制的演绎定理。我们知道,演绎定理并不必在任何一阶逻辑系统中都要受限制,而只须在包括全称概括规则的系统中受限制。而这种限制之所以必要,就在于,例如,全称概括规则允许从不可证公式 $F(x)$ 得到 $\forall xF(x)$ ,即允许 $F(x) \rightarrow \forall xF(x)$ ,如果对演绎定理不加限制,就会得到 $F(x) \rightarrow \forall xF(x)$ ,即会得到一个可假公式作为定理。演绎定理受限制后,能确保从 $F(x) \rightarrow \forall xF(x)$ 不能得出 $\forall xF(x) \rightarrow F(x)$ 。

因此,这里出现了一个大的自相矛盾:

第一,在定义全称概括规则时,张先生明确指出,从 $A$ ,可以得到 $\forall xA$ ,这里 $A$ 必须是可证公式。张先生还举出实例来说明这一点。

第二,在叙述和证明受限制的演绎定理时,张先生却又明确指出,对于任一公式 $A$ ,运用全称概括,都可得到 $\forall xA$ ,即 $A \rightarrow \forall xA$ 。张先生同样举出以下的实例来说明对演绎定理限制的必要: $F(x)$ 是可假的非可证公式,但运用全称概括规则,可得到 $\forall xF(x)$ ,即 $F(x) \rightarrow \forall xF(x)$ 成立,如果对演绎定理不加限制,就会得到 $F(x) \rightarrow \forall xF(x)$ ,即会得到一个可假公式作为定理。

上述的第一个表述出现在《导引》的第261页;上述的第二个表述出现在第268页。也就是说,作者在相隔不到7页的地方,作出了两个如此明显的并且事关重要的自相矛盾的断定。这显然又不是出于疏忽,因为作者在陈述这两个断定的时候,都引人注目地专门举了实例。这确是令人费解的。

顺便指出,同样的问题也存在于周礼全先生所著的《模态逻辑引论》中。第一,周先生同样错误地把全称概括规则表述为:由定理 $A$ 直接推导出 $\forall xA$ 。但是,周先生又在定义

# 帕森斯的组织分析策略<sup>\*</sup>

刘玉能 杨维灵

**内容提要** 本文关注的是结构功能论代表人物帕森斯的组织分析策略。文章从组织的文化-制度维度、群体-角色维度和让渡-获取维度三个层面对帕森斯的组织分析策略作了全面、系统的阐释,并扼要地讨论了这一分析策略对组织理论的贡献。

**关键词** 组织分析策略 功能 价值模式 直线权威质裂

作者刘玉能,1964年生,社会学硕士,浙江大学社会学系讲师;杨维灵,1967年生,社会学硕士,浙江大学社会学系讲师。(杭州 310028)

作为对社会学有着深远影响的结构功能主义的主要代表人物,帕森斯对组织研究作出了不可替代的贡献。他提出一套完整的独特的组织分析策略,并以此对许多组织作了深入系统的实证研究。他的理论与方法已成为我们洞察组织的一种有效工具。遗憾的是,迄今我国学界尚未有一篇系统介绍帕森斯组织分析的文献,对其组织分析的了解仅限于他从功能角度对组织的分类说。因此,系统地介绍帕森斯的组织研究成果,不仅对于我们观察这个高度组织化的社会有所裨益,而且对于我们完整地理解帕森斯的社会学思想也是必要的。本文的任务在于对帕森斯的组织分析策略作全面、系统的阐释。

帕森斯组织分析的主要著作是《现代社会的结构与过程》(1960年初版,1965年第四版),他的组织分析策略主

要反映在第一部分:“正式组织分析”。所以我们关于帕森斯组织分析策略的讨论,也集中在这部分。这部分是由1954年和1958年发表的两篇文章组成的(帕森斯,1988:3。以后引自次书的,只标页码——作者注)。概括起来,帕森斯的组织分析策略有三个维度:一是文化-制度观点,或称规范维度,侧重于探讨作为社会系统的子系统的组织如何与社会系统保持一致的机制。二是群体或角色的观点,侧重于分析社会组织的功能或责任的层次之间的关系,分析科层组织内部直线权威在不同层次的群体和角色之间出现的断裂。三是让渡-获取功能关系,即组织与外界之间功能的输出-输入关系。帕森斯的组织分析的主要目的是提出一种基于结构功能论之上的、可以整合各种视角的综合性的组织理论:首先打破两个方面之间的某种均

\* 本文为浙江大学董氏基金资助项目“组织社会学学科体系研究”成果之一。

推导时对全称概括规则进行了限制,即类似地采用了本文开头提到的解决“麻烦”的第三个方案。这里出现了同样的矛盾。如果全称概括如周先生定义的那样,只对定理运用的话,在定义推导时对全称概括规则所作的限制完全是多余的。第二,周先生在模态系统中把必然概括规则错误地表述为:由定理A直接推导出LA,但同时又表述和证明了演绎定理(在该书中称为推导定理)在设定的条件下在模态系统S4中成立,但在其它模态系统T中不成立。事实上,如果只对定理才能必然概括的话,演绎定理在T和S4及其它相关模态系统中都无条件成立。

中国的逻辑学者和国外的同行特别是其中的大家相比,在著书立说时具有一种极大的便利,就是可以舶来足够现成的成果,只要你懂点外语,又懂点逻辑。这带有必然

性,因为数理逻辑本来就是舶来品。但是,这往往又是一种危险。设想,如果受限制的演绎定理是中国学者自己的研究成果,上面的问题是不大会出现的。

以上见解,如有错误,请指正。

注释:

王宪均:《数理逻辑引论》,第38、39、144、151、42页。

参见希尔伯特、阿克曼著,莫绍译:《数理逻辑基础》第68、70页。

参见张尚水著《数理逻辑导引》,第260、261页、第268~270页。

参见周礼全著《模态逻辑引论》,第67、121页。

责任编辑 俞伯灵